Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

25. März 2012

5. Übungsblatt Mathematische Visualisierung

Aufgabe 1: *(6 Punkte)*

a) Bestimmen Sie die Niveaulinien der Funktion

$$f\colon \begin{cases} \mathbb{R}^2 \smallsetminus K \to \mathbb{R} \\ (x,y) \mapsto \dfrac{x^2-y^2}{1-x^2-y^2} \end{cases},$$

wobei K den Kreis mit Radius eins um den Nullpunkt bezeichnet! Für welche Funktionswerte erhalten Sie Ellipsen, und welche Kurven erhalten Sie sonst?

b) Die Niveaulinien der stetigen Funktion $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ seien allesamt entweder einzelne Punkte oder zusammenhängende doppelpunktfreie Kurven. Nach dem Jordanschen Kurvensatz besteht das Komplement einer solchen Kurve aus zwei zusammenhängenden Gebieten, von denen eines beschränkt ist. Zeigen Sie, daß f genau ein Extremum hat!

Aufgabe 2: *(8 Punkte)*

a) Zeichnen Sie die Kurve

$$\mathcal{L} = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; (x^2+y^2)^2 = 20(x^2-y^2) \right\}$$

im Bereich $-5 \le x \le 5$ und $-2 \le y \le 2$ nach dem *marching square* Algorithmus, indem Sie die Funktion nur für ganzzahlige Koordinatenwerte berechnen!

b) Ändert sich das Bild, wenn Sie einmal unterscheiden zwischen den beiden Fällen

$$(x^2+y^2)^2 > 20(x^2-y^2) \quad \text{und} \quad (x^2+y^2)^2 \le 20(x^2-y^2)$$

und im zweiten Durchgang zwischen den Fällen

$$(x^2+y^2)^2 \ge 20(x^2-y^2) \quad \text{und} \quad (x^2+y^2)^2 < 20(x^2-y^2)\,?$$

Aufgabe 3: *(6 Punkte)*

a) Die Teilmenge M von $\mathbb{R}^2$ sei als simplizialer Komplex gegeben, und die Funktion $f\colon M \to \mathbb{R}$ sei auf den Ecken dieses Komplexes bekannt. Geben Sie einen Algorithmus an, der nach Art der *marching squares* eine Approximation der Niveaulinie $f(x,y)$ findet!

b) Verallgemeinern Sie diesen Algorithmus nach Art der *marching cubes* für dreidimenisionale simpliziale Komplexe in $\mathbb{R}^3$!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 29. März 2012, um 15.30 Uhr