

20. April 2026

## 7. Übungsblatt Mathematik und Information

### Aufgabe 1:

Sie wollen eine gewisse Geldsumme an der Börse anlegen, wobei sie zwei der dort gehandelten Aktien favorisieren. Nach Ihren Schätzungen gewinnt mit einer Wahrscheinlichkeit von  $\frac{3}{4}$  die erste Aktie pro Anlagezeitraum ein Prozent ihres Wertes und die zweite fünf. Mit einer Wahrscheinlichkeit von fünf Prozent gewinnt die erste Aktie ein Prozent, während die zweite zwanzig Prozent verliert; mit fünfzehn Prozent Wahrscheinlichkeit gewinnen beide Aktien je fünf Prozent. In den restlichen Fällen gewinnt die erste Aktie zehn Prozent, und die zweite verliert zwanzig.

- Welche Verteilung hat der Vektor  $(X, Y)$  der beiden Zufallsvariablen für die Wertentwicklungen der beiden Aktien? Welchen Erwartungswert und welche Kovarianzmatrix hat die Verteilung?
- Welches sind die Verteilungen von  $X$  und von  $Y$  jeweils für sich allein? Welche Erwartungswerte und Varianzen haben sie?
- Welche erwartete Wachstumsrate hat jede der beiden Aktien?
- Wie sieht das log-optimale Portfolio aus, und welche Wachstumsrate hat es?
- Bestimmen Sie den maximalen und den minimalen Wert, den dieses Portfolio nach zehn Anlageperioden annehmen kann! Mit welcher Wahrscheinlichkeit treten diese Fälle jeweils auf?
- Welche erwarteten Wachstumsraten werden erzielt, wenn in jeder Periode ein Viertel, die Hälfte bzw. drei Viertel des vorhandenen Kapitals zurückgehalten und nur der Rest gemäß der KELLY-Strategie investiert wird? Wie sind nun die maximalen und minimalen Werte nach zehn Perioden?
- Was ändert sich an den Antworten auf  $d)$ ,  $e)$  und  $f)$ , wenn Sie von voneinander unabhängigen Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  (mit den Verteilungen aus  $b)$ ) ausgehen?

### Aufgabe 2:

Sie wollen für eine Anlage von 100 Euro ein Portfolio aus zwei Aktien zusammenstellen. Wie sich später herausstellt, ist die Wertentwicklung über die ersten drei Börsentage wie folgt:

	Aktie 1	Aktie 2
1. Tag	1,005	0,997
2. Tag	0,998	1,003
3. Tag	1,003	1,006

- Wie entwickeln sich die beiden Portfolios, die alles auf eine der beiden Aktien setzen?
- Angenommen, Sie hatten schon vorher richtig getippt, welche der beiden Aktien sich besser entwickelt und sich dafür entschieden, drei Viertel in diese Aktie zu investieren und ein Viertel in die andere. Berechnen Sie, welcher Geldbetrag an jedem der drei Tage in jede der beiden Aktien investiert wird, und bestimmen Sie den Wert der Anlage am Ende des dritten Börsentags!
- Bestimmen Sie dasjenige feste Portfolio  $(b_1, b_2)$ , das bei diesem Börsenverlauf zum besten Erfolg führt!
- Mit welchem *variablem*, d.h. täglich wechselndem, Portfolio hätte man die größte Wertsteigerung realisiert?

### Aufgabe 3:

a) Eine Datenbank enthält sechs Dokumente, in denen die folgenden Begriffe vorkommen:

$D_1$ : *Shannon, Entropie, Information*

$D_2$ : *Boltzmann, Entropie, Clausius, Wärme*

$D_3$ : *Information, Shannon, Code, Kryptanalyse, Schlüssel*

$D_4$ : *Kelly, Shannon, Wette, Portfolio, Information*

$D_5$ : *Las Vegas, Shannon, Kelly*

$D_6$ : *Shannon, Jonglieren, Roboter, Einrad*

Stellen Sie dazu eine Term-Dokument-Matrix auf, deren Spalten allesamt die EUKLIDISCHE Länge eins haben!

b) Stellen Sie die Suchanfrage *Information Shannon* durch einen Einheitsvektor dar, und berechnen Sie für jede der sechs Spalten der Term-Dokument-Matrix den Kosinus des Winkels zwischen dem Spaltenvektor und der Anfrage!

Abgabe bis zum Mittwoch, dem 22. April 2026, um 15.30 Uhr