Wolfgang K. Seiler A5, Zimmer C 201
Tel. 2515

Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 20. November 2003

a) *Richtig oder falsch:* Für zwei Funktionen $f, g \in L_T(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ ist $f * (g + h) = f * g + f * h$.

b) *Richtig oder falsch:* Für eine Funktion $f \in L_T(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ ist $f * \frac{1}{f} = 1$.

c) *Richtig oder falsch:* Die Funktionenfolge $f_n(t) = \frac{1}{t+\frac{1}{n}}$ ist gleichmäßig konvergent *1.)* auf dem Intervall $[0, 1]$ *2.)* auf dem Intervall $[1, 2]$.

d) *Richtig oder falsch:* Die Fourier-Reihe von $f(t) = \tan t$ konvergiert für alle $t \in \mathbb{R}$.

e) *Richtig oder falsch:* Die Fourier-Reihe von $f(t) = |t|$ für $|t| < \pi$ und $f(\pi) = 0$, periodisch fortgesetzt mit Periode 2π, zeigt bei der Konvergenz das Gibbs-Phänomen.

f) *Richtig oder falsch:* Die Fourier-Reihe von $f(t) = |t|$ für $0 \le t < 2\pi$, periodisch fortgesetzt mit Periode 2π, zeigt bei der Konvergenz das Gibbs-Phänomen.

g) f sei periodisch mit Periode 2π, und für $-\pi \le t < \pi$ sei $f(t) = t$. Wohin konvergiert die Fourier-Reihe von f für $t = \pi$?

h) Die Kippschwingung $f(t)$ sei periodisch mit Periode 10, und für $0 \le t < 10$ sei $f(t) = e^{-t}$. Wohin konvergiert die Fourier-Reihe von f für $t = 0$?

i) *Richtig oder falsch:* Die Funktionen $1, \cos kt, \sin \ell t$ mit $k, \ell \in \mathbb{N}$ bilden ein vollständiges Orthonormalsystem für $L_{2\pi}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$.

j) *Richtig oder falsch:* Die Funktion $f(t) = |\sin t|$ ist linear unabhängig von den Funktionen $1, \cos kt, \sin \ell t$ mit $k, \ell \in \mathbb{N}$.

k) *Richtig oder falsch:* Ist $f(t)$ eine gerade Funktion, so auch $\widehat{f}(\omega)$.

l) *Richtig oder falsch:* Ist $f(t)$ eine ungerade Funktion, so auch $\widehat{f}(\omega)$.

m) *Richtig oder falsch:* Ist $f(t)$ eine gerade Funktion, so auch $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$

n) *Richtig oder falsch:* Ist $f(t)$ eine ungerade Funktion, so auch $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$.

o) Berechnen Sie die Fourier- und die Laplace-Transformierte von $f(t) = \begin{cases} 1 - |t| & \text{für } |t| \le 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$!

p) Berechnen Sie die Fourier- und die Laplace-Transformierte von $f(t) = \begin{cases} \sin t & \text{für } |t| < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$!

q) $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei eine reellwertige Funktion, deren Fourier-Transformierte $\widehat{f}(\omega)$ existiere. Drücken Sie Real- und Imaginärteil von $\widehat{f}(\omega)$ durch reelle Integrale aus!

r) Welches dieser Integrale verschwindet für gerade *bzw.* ungerade Funktionen f ?

s) Was ist $\mathcal{L}\{e^{\lambda t}\}(s)$ für $\lambda \in \mathbb{R}$?

t) Gilt dies auch für komplexe λ ?

u) Berechnen Sie $\mathcal{L}\{\sinh at\}(s)$ und $\mathcal{L}\{\cosh at\}(s)$!

v) Interpretieren Sie die Ergebnisse für $a = i\omega$!

w) Berechnen Sie $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$ für $f(t) = \begin{cases} 1 & \text{falls } [t] \text{ gerade} \\ 0 & \text{falls } [t] \text{ ungerade} \end{cases}$! Stellen Sie das Ergebnis nicht als unendliche Summe dar, sondern als geschlossenen Ausdruck!

x) Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte von $f(t) = t - [t]$ und stellen Sie auch hier das Ergebnis in geschlossener Form dar!