

19. Januar 2004

## 12. Übungsblatt Höhere Mathematik II

**Fragen:** (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Falls zwei lineare homogene Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten dasselbe charakteristische Polynom haben, haben sie dieselbe Lösungsmenge.
- 2) *Richtig oder falsch:* Schreibt man eine lineare homogene Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten als System  $\vec{y}(t) = A\vec{y}(t)$  von linearen Differentialgleichungen, so hat jeder Eigenwert von  $A$  die geometrische Vielfachheit eins.
- 3) *Richtig oder falsch:* Falls alle Nullstellen des charakteristischen Polynoms einer linearen homogenen Differentialgleichung mit reellen konstanten Koeffizienten rein imaginär sind, sind alle Lösungen reine Schwingungen.
- 4) *Richtig oder falsch:* Die Differentialgleichung  $y^{(3)}(t) + a_2\ddot{y}(t) + a_1\dot{y}(t) + a_0y(t) = 0$  mit  $a_i \in \mathbb{R}$  und  $a_0 > 0$  hat eine Lösung  $y(t) \neq 0$ , die für  $t \rightarrow \infty$  beschränkt bleibt.
- 5) Bestimmen Sie die komplexen Lösungsfunktionen von  $\ddot{y}(t) + 2iy(t) = 0$ !

**Aufgabe 1:** (6 Punkte)

- a) Bestimmen Sie die sämtlichen Lösungen der homogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 2y^{(3)}(t) - 2\dot{y}(t) - y(t) = 0!$$

- b) Bestimmen Sie die sämtlichen Lösungen der inhomogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 2y^{(3)}(t) - 2\dot{y}(t) - y(t) = 4 \sin t!$$

- c) Welche Möglichkeiten gibt es jeweils für das Langzeitverhalten einer Lösungsfunktion?

**Aufgabe 2:** (6 Punkte)

- a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der homogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 8y^{(2)}(t) + 16y(t) = 0!$$

- b) Bestimmen Sie die sämtlichen Lösungen der inhomogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 8y^{(2)}(t) + 16y(t) = 25 \cos 3t + 25 \sin 3t!$$

- d) Welche Möglichkeiten gibt es jeweils für das Langzeitverhalten einer Lösungsfunktion?

**Aufgabe 3:** (3 Punkte)

- a) Formulieren Sie das Anfangswertproblem  $\dot{y}(t) = (3 - 3y(t)) \cdot t^2$  mit  $y(0) = 2$  um in eine Fixpunktgleichung und berechnen Sie, ausgehend von  $y_0(t) = 2$ , mindestens die ersten drei Iterationen zur Bestimmung des Fixpunkts!
- b) Erraten Sie auf Grund dieser Näherungslösungen den Fixpunkt und weisen Sie nach, daß Sie richtig geraten haben!

Abgabe bis zum Montag, dem 26. Januar 2004, um 15.30 Uhr