

24. November 2003

## 7. Übungsblatt Höhere Mathematik II

**Fragen:** (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Die Funktion  $e^{-t} \cos t$  ist stark abfallend.
- 2) *Richtig oder falsch:* Die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(t) = 1$  für  $|t| \leq 1$  und  $f(t) = 0$  sonst ist stark abfallend.
- 3) *Richtig oder falsch:* Das Produkt zweier stark abfallender Funktionen ist stark abfallend.
- 4) *Richtig oder falsch:* Jede stark abfallende Funktion hat zumindest eine stark abfallende Stammfunktion.

**Aufgabe 1:** (10 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme (nur) mit Hilfe der Tabelle von LAPLACE-Transformationen auf der Rückseite des Übungsblatts:

- a)  $\ddot{x}(t) + 4\dot{x}(t) + 4x(t) = te^{-3t}, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0$
- b)  $\ddot{x}(t) - 9x(t) = \cos 3t, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0$
- c)  $\ddot{x}(t) + 9x(t) = \cosh 3t, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0$
- d)  $\dot{x}(t) + 5x(t) = \sin 3t, \quad x(0) = 0$
- e)  $\ddot{x}(t) + x(t) = \sin t, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0$

**Aufgabe 2:** (4 Punkte)

Zeigen Sie: Für  $f \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$  und  $c \in \mathbb{R}$  gilt

- a) Für  $g(t) = f(t) e^{ct}$  ist  $\hat{g}(\omega) = \hat{f}(\omega + ci)$ .
- b) Für  $g(t) = f(t - c)$  ist  $\hat{g}(\omega) = e^{-i\omega c} \hat{f}(\omega)$ .

**Aufgabe 3:** (2 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\ddot{y}(t) + 6\dot{y}(t) + 25y(t) = 17 \cos t !$$

## Einige Laplace-Transformierte

$f(t)$	$\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$
$e^{\lambda t}$	$\frac{1}{s - \lambda}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\sinh \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 - \omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$\cosh \omega t$	$\frac{s}{s^2 - \omega^2}$
$e^{-\lambda t} - \cos \omega t + \frac{\lambda}{\omega} \sin \omega t$	$\frac{\lambda^2 + \omega^2}{(s^2 + \omega^2)(s + \lambda)}$
$e^{\lambda t} - 2e^{-\lambda t/2} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda t + \frac{\pi}{6}\right)$	$\frac{3\lambda^2}{s^3 - \lambda^3}$
$\sinh \omega t - \sin \omega t$	$\frac{2\omega^3}{s^4 - \omega^4}$
$\cosh \omega t - \cos \omega t$	$\frac{2\omega^2 s}{s^4 - \omega^4}$
$\sinh \omega t + \sin \omega t$	$\frac{2\omega s^2}{s^4 - \omega^4}$
$\cosh \omega t + \cos \omega t$	$\frac{2s^3}{s^4 - \omega^4}$
$\sin \omega t - \omega t \cos \omega t$	$\frac{2\omega^3}{(s^2 + \omega^2)^2}$
$t \sin \omega t$	$\frac{2\omega s}{(s^2 + \omega^2)^2}$
$\sin \omega t + \omega t \cos \omega t$	$\frac{2\omega s^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$
$2 \cos \omega t - \omega t \sin \omega t$	$\frac{2s^3}{(s^2 + \omega^2)^2}$