

20. Oktober 2003

## 2. Übungsblatt Höhere Mathematik II

**Fragen:** (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) Berechnen Sie  $\int_{\gamma} \frac{dz}{e^{\cos^2 z}}$  für  $\gamma: \begin{cases} [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{C} \\ t \mapsto 2e^{it} \end{cases}$  !
- 2) Was ist  $\int_{\gamma} \frac{dz}{|z|}$  für diesen Integrationsweg?
- 3) Richtig oder falsch:  $\int_{\gamma} \sqrt{z} dz = 0$ .
- 4) Richtig oder falsch: Die Funktion  $f(z) = \frac{1}{\operatorname{Ln} z}$  ist meromorph auf der Menge aller komplexer Zahlen mit positivem Realteil.
- 5) Richtig oder falsch: Die Funktion  $f(z) = \frac{1}{|z|}$  ist meromorph auf ganz  $\mathbb{C}$ .

**Aufgabe 1:** (5 Punkte)

Berechnen Sie für  $\gamma: \begin{cases} [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{C} \\ t \mapsto 3 + e^{it} \end{cases}$  die folgenden Integrale:

- a)  $\int_{\gamma} \frac{dz}{z - \pi}$
- b)  $\int_{\gamma} \frac{dz}{(z - \pi)^2}$
- c)  $\int_{\gamma} \frac{dz}{z^2 - \pi^2}$

**Aufgabe 2:** (5 Punkte)

Berechnen Sie für  $\gamma: \begin{cases} [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{C} \\ t \mapsto 3 + e^{it} \end{cases}$  die folgenden Integrale:

- a)  $\int_{\gamma} z^2 dz$
- b)  $\int_{\gamma} \frac{dz}{z - \pi}$
- c)  $\int_{\gamma} \frac{dz}{(z - \pi)^2}$

**Aufgabe 3:** (5 Punkte)

- a) Für  $z, w \in \mathbb{C}$  sei  $\sin z = \sin w$ . Zeigen Sie: Dann ist  $\cos z = \pm \cos w$  und  $e^{iz} = e^{iw}$  oder  $e^{iz} = -e^{-iw}$ .
- b) Zeigen Sie: Die komplexe Sinusfunktion ist injektiv auf der Menge

$$W = \left\{ x + iy \in \mathbb{C} \mid -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \right\}.$$

- c) Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion des auf  $W$  eingeschränkten Sinus!