

11. Juli 2003

11. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) Die Niveaulinien $N_a(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x, y) = a\}$ der Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ zu den Funktionswerten $a \in \mathbb{R}$ seien die Geraden $y = x - a$. Was ist f ?
- 2) Der Graph $\Gamma_f = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid f(x, y) = z\}$ der Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit Koordinaten x, y in \mathbb{R}^2 und z in \mathbb{R} sei die Fläche, die aus der Parabel $z = x^2$ durch Rotation um die z -Achse entsteht. Was ist f ?
- 3) Gibt es Funktionen $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ mit $D \subseteq \mathbb{R}^2$, deren Graph gleich der Oberfläche einer Kugel ist?
- 4) Was ist das Bild des Graphen der Funktion $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ mit $D \subseteq \mathbb{R}^2$ unter der Projektion $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2; (x, y, z) \mapsto (x, y)$?
- 5) *Richtig oder falsch:* Die partielle Ableitung f_{xy} von $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ verschwindet genau dann überall, wenn es Funktionen $g, h \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ gibt, so daß $f(x, y) = g(x) + h(y)$ ist.

Aufgabe 1: (5 Punkte)

- a) Bestimmen Sie für die Funktion $f: \begin{cases} D \rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y, z) \mapsto x \cdot e^{xy/z} \end{cases}$ den größtmöglichen Definitionsbereich $D \subseteq \mathbb{R}^3$!
- b) Berechnen Sie dort die Ableitung von f !
- c) Berechnen Sie dort die HESSE-Matrix von f !

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Berechnen Sie das TAYLOR-Polynom zweiten Grades für die Funktion

- a) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}; (x, y) \mapsto e^{x^2+y^3}$
- b) $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}; (x, y) \mapsto \ln(x + \cos^2 y)$

Aufgabe 3: (5 Punkte)

Entscheiden Sie für die folgenden Funktionen, wo diese eindeutig in der Form $y = f(x)$ nach y aufgelöst werden können, und bestimmen Sie dort die Ableitung $y' = f'(x)$!

- a) $F(x, y) = x \sin y + \cos y + \cos 2y = 0$
- b) $F(x, y) = |x|^{\cos y} + e^{\sin x} = 0$

Keine Abgabe – Abgegeben wird diese Woche nur die Klausur!