WOLFGANG K. SEILER
Tel. 5385

A5, C201

11. Dezember 1997

9. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Ein Potentialfeld ist quellenfrei.

2) Richtig oder falsch: Ein Potentialfeld ist wirbelfrei.

3) Richtig oder falsch: Falls ein Vektorfeld $\vec{V}$ mit antisymmetrischer JACOBI-Matrix über der offenen Menge $U \subset \mathbb{R}^n$ eine Stammfunktion hat, ist es dort konstant.

4) Richtig oder falsch: Eine Kurve γ, bestehend aus r Kurvenstücken $\gamma_i\colon [a_i, b_i] \to \mathbb{R}^n$, ist genau dann zusammenhängend, wenn $b_{i+1} = a_i$ für $i = 1, \dots, r-1$.

5) Richtig oder falsch: Falls für zwei Vektorfelder $\vec{V}$ und $\vec{W}$ auf $U \subset \mathbb{R}^n$ und eine Kurve γ in U gilt $\int_\gamma \vec{V} \cdot d\vec{x} = \int_\gamma \vec{W} \cdot d\vec{x}$, so ist $\vec{V}(\mathbf{x}) = \vec{W}(\mathbf{x})$ für alle Kurvenpunkte $\mathbf{x} = \gamma(t)$.

Aufgabe 1: *(5 Punkte)*
Für $\alpha, \beta > 0$ sei eine Kurve $\gamma\colon [0, 20\pi] \to \mathbb{R}^3$ gegeben durch

$$\gamma(t) = \big((1+\alpha t)\cos t, (1+\alpha t)\sin t, \beta t\big)\ .$$

a) Beschreiben Sie die Kurve γ geometrisch! (Die Verwendung von Begriffen wie *Sinus* oder *Cosinus* ist dabei verboten!)

b) Bestimmen Sie die Bogenlänge von γ.

Aufgabe 2: *(5 Punkte)*

a) Berechnen Sie für die Kurve $\gamma\colon [0, \ell] \to \mathbb{R}^3; t \mapsto \big(t - \frac{\ell}{2}, 0, 0\big)$ das Integral $\displaystyle\int_\gamma \frac{ds}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0|}$ für einen festen Punkt $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^3$, der nicht auf γ liegt.

b) Wie verhält sich das Integral, wenn $\mathbf{x}_0$ gegen einen Punkt auf γ geht?

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*

a) Ein Massenpunkt läuft im ebenen Kraftfeld $\vec{F}(\mathbf{x}) = \binom{-y}{x}$ auf einem der beiden Bogen des Einheitskreises von $(-1, 0)$ nach $(0, 1)$. Berechnen Sie die Arbeit $\int_\gamma \vec{F} \cdot d\mathbf{x}$ für die beiden Fälle!

b) Ist das Kraftfeld aus *a)* konservativ?

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 18. Dezember 1997 um 12.00 Uhr