Wolfgang K. Seiler A5, C201
Tel. 5385

4. Dezember 1997

8. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Für eine um den Nullpunkt kugelsymmetrische Funktion $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ sind die Vektoren $\operatorname{grad} f(x, y, z)$ und ${}^t(x, y, z)$ in jedem Punkt linear abhängig.

2) Die Funktion $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ hänge, in Zylinderkoordinaten geschrieben, nur von der Winkelkoordinate φ ab. Wie sehen die Niveauflächen von f aus?

3) *ditto* für ein nur von r und z abhängiges f.

4) Die Funktion $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ hänge, in Kugelkoordinaten geschrieben, nur von den Winkelkoordinatens φ und ϑ ab. Wie sehen jetzt die Niveauflächen aus?

5) *ditto* für ein nur von r abhängiges f.

Aufgabe 1: (*5 Punkte)*
Führen Sie den in der Vorlesung nur kurz skizzierten Beweis der Formel für die Jacobi-Matrix einer quasilinearen Funktion vollständig aus!

Aufgabe 2: (*5 Punkte)*

a) Berechnen Sie die Extremwerte der Funktion $f(x, y)$ auf der Kreisline $x^2 + y^2 = 1$, indem Sie das Problem in Polarkoordinaten formulieren und dann die entstehende Extremwertaufgabe lösen.

b) Berechnen Sie die Extremwerte der Funktion $f(x, y, z)$ auf der Kugel $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, indem Sie das Problem in Polarkoordinaten formulieren und dann die entstehende Extremwertaufgabe lösen.

Aufgabe 3: (*5 Punkte)*
In Polarkoordinaten ausgedrückt ist das Potential eines statischen Dipols, eingeschränkt auf eine Ebene,

$$U(r, \varphi) = \frac{p \cos \varphi}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \,.$$

a) Zeigen Sie, daß dann die radiale Komponente des E-Felds gleich $-\frac{\partial U}{\partial r}$ ist, und die Winkelkomponente $-\frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial \varphi}$.

b) Berechnen Sie die Divergenz von E aus der Polarkoordinatendarstellung des Potentials!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 11. Dezember 1997 um 12.00 Uhr