Wolfgang K. Seiler A5, C201
Tel. 5385

13. November 1997

5. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Sie messen eine Stromstärke I mit Fehler ΔI und die zugehörige Spannung U mit Fehler ΔU, um den Widerstand $R = U/I$ zu bestimmen. Wie groß ist der zu erwartende Fehler ΔR?

2) Sie messen zehn mal die Höhe Ihres Zimmers; danach bestimmen Sie den Mittelwert $2{,}613\mathrm{m}$ und die Standardabweichung $13\mathrm{mm}$ ihrer Meßreihe. Wie genau kennen Sie nun die Höhe Ihres Zimmers?

3) Richtig oder falsch: Schränkt man eine stetig differenzierbare Funktion $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ ein auf verschiedene Kurven $\gamma_i: [-1,1] \to \mathbb{R}^n$ mit stetig differenzierbaren Funktionen γ_i mit $\gamma_i(0) = \mathbf{0}$, so hängt $\frac{d}{dt} f\big(\gamma_i(t)\big)_{t=0}$ nur ab von $\gamma_i'(0)$.

4) Richtig oder falsch: Die Funktion $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ habe im Punkt $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$ ihr Maximum auf der durch $g(\mathbf{x}) = 0$ definierten Teilmenge des $\mathbb{R}^n$. Dann ist dort $\operatorname{grad} f(\mathbf{x}_0) = 0$.

5) Wo und wie kann die Gleichung $y^2 - x^2 = 0$ nach y aufgelöst werden?

Aufgabe 1: *(5 Punkte)*
Da sich die Erde nicht auf einer Kreisbahn, sondern auf einer ellipsenförmigen Bahn um die Sonne bewegt, ist ihre Winkelgeschwindigkeit $\dot\varphi(t) \underset{\text{def}}{=} \frac{d\varphi(t)}{dt}$ nicht konstant; stattdessen gilt nach dem zweiten Keplerschen Gesetz $\varphi(t) - 0{,}017 \sin \varphi(t) = 2\pi t$, wobei die Zeit t in Jahren gemessen wird.

a) Zeigen Sie, daß $\varphi(t)$ durch dieses Gesetz (lokal) eindeutig festgelegt ist!

b) Bestimmen Sie die lokalen Maxima und Minima von $\varphi(t)$!

c) Bestimmen Sie die lokalen Maxima und Minima der Winkelgeschwindigkeit $\dot\varphi(t)$!

Aufgabe 2: *(4 Punkte)*
Bestimmen Sie die Maxima und Minima von $f(x,y,z) = xyz$ auf der Kugeloberfläche $x^2 + y^2 + z^2 = 1$!

Aufgabe 3: *(6 Punkte)*
Entscheiden Sie für die folgenden Funktionen, wo diese in der Form $y = g(x)$ nach y aufgelöst werden können, und bestimmen Sie dort die Ableitung $y' = g'(x)$!

a) $F(x,y) = x \sin y + \cos y + \cos 2y$

b) $F(x,y) = x^y - y^x = 0$

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 20. November 1997 um 12.00 Uhr