Wolfgang K. Seiler
Tel. 5385

A5, C201

30. Oktober 1997

3. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Wenn die Funktion $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ überall und zu jeder beliebigen Ordnung stetige partielle Ableitungen hat, ist sie um jeden Punkt durch eine Taylor-Reihe darstellbar.

2) Finden Sie eine Funktion $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}) \setminus \mathcal{C}^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$!

3) Richtig oder falsch: Jede positiv definite $n \times n$-Matrix ist invertierbar.

4) Richtig oder falsch: Die zweite Ableitung von $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ im Punkt (x_0, y_0) nehme sowohl positive als auch negative Werte an. Dann ist die Hesse-Matrix in (x_0, y_0) invertierbar.

5) Richtig oder falsch: Die Hesse-Matrix von $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ im Punkt (x_0, y_0) sei nicht invertierbar. Dann hat f in (x_0, y_0) kein Maximum.

Aufgabe 1: (*6 Punkte)*

a) Berechnen Sie die zweite Ableitung von $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$; $(x, y) \mapsto \sin x \cos y$ im Nullpunkt!

b) Zeigen Sie: Die partielle Ableitung f_{xy} von $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ verschwindet genau dann überall, wenn es Funktionen $g, h \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ gibt, so daß $f(x, y) = g(x) + h(y)$ ist.

Aufgabe 2: (*4 Punkte)*
Berechnen Sie das Taylor-Polynom zweiten Grades für die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$; $(x, y) \mapsto e^{x^2+y^3}$!

Aufgabe 3: (*5 Punkte)*
Der Sachverständigenrat für die Beurteilung der wirtschaftlichen Gesamtentwicklung sagt jedes Jahr das Wachstum des Bruttosozialprodukts voraus. Hier sind einige seiner Vorhersagen, verglichen mit der tatsächlichen Entwicklung:

Jahr:	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992
vorausgesagt:	$+\frac{1}{2}$	$+1$	$+2\frac{1}{2}$	$+3$	$+3$	$+2$	$+1\frac{1}{2}$	$+2\frac{1}{2}$	$+3$	$+3$	$+2$
tatsächlich:	$-1,1$	$+1,9$	$+3,1$	$+1,8$	$+2,2$	$+1,5$	$+3,7$	$+4,0$	$+4,9$	$+3,6$	$+0,9$

Berechnen Sie eine lineare Funktion, die den Zusammenhang zwischen tatsächlichem Wert und Vorhersage möglichst genau beschreibt! Können Sie deren Koeffizienten interpretieren?

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 6. November 1997 um 12.00 Uhr