Wolfgang K. Seiler
Tel. 5385
A5, C201

23. Oktober 1997

2. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Falls $\frac{\partial f}{\partial x}$ überall verschwindet, ist f unabhängig von x.

2) Richtig oder falsch: Die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ hat genau dann ein lokales Maximum im Punkt $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$, wenn für jeden Richtungsvektor $\vec{e} = \binom{e_1}{e_2}$ die Funktion $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$; $t \mapsto f(x_0 + te_1, y_0 + te_2)$ ein lokales Maximum bei $t = 0$ hat.

3) Finden Sie eine Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, so daß $g(x) = f(x, 0)$ für $x = 0$ ein Maximum annimmt, während $h(y) = f(0, y)$ für $y = 0$ minimal wird!

4) Die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to R$ habe ihr einziges Maximum im Punkt $(2, 3)$. Bestimmen Sie die Maxima von $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}; (x, y) \mapsto f(2y - 1, 3x + 2)$!

5) Bestimmen Sie alle Minima der Funktion $f(x, y) = \sin\sqrt{x^2 + y^2}$ in $\mathbb{R}^2$!

Aufgabe 1: (*5 Punkte)*
Bestimmen Sie alle (lokalen) Maxima und Minima der Funktion $f(x, y) = y^4 - 3xy^2 + x^3$ in $\mathbb{R}^2$!

Aufgabe 2: (*5 Punkte)*

a) Berechnen Sie die Tangentialebene an das Ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

in dessen Punkt (x_0, y_0, z_0) mit $z_0 > 0$!

b) Bestimmen Sie alle Punkte, in denen diese Ebene waagrecht ist. Was können Sie über diese Punkte sagen?

Aufgabe 3: (*5 Punkte)*
Nach dem Brechungsgesetz gilt für die Winkel α des einfallenden und β des gebrochenen Strahls die Beziehung $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$, wobei n der (relative) Brechungsindex ist.

a) Sie möchten aus dieser Beziehung durch Messen der beiden Winkel den Brechungsindex bestimmen. Wie wirken sich (kleine) Fehler bei der Bestimmung von α und β auf n aus?

b) Unter der Annahme, daß n in der Nähe von eins liegt und die Genauigkeit Ihrer Winkelmessungen unabhängig vom Winkel ist: Wie sollten Sie α wählen, um den Fehler möglichst gering zu halten?

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 30. Oktober 1997 um 12.00 Uhr