Wolfgang K. Seiler
Tel. 5385
A5, C201

12. Februar 1998

16. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Die Differentialgleichung $t\dot{y}(t)+\sin y(t)=0$ hat eine auf ganz $\mathbb{R}$ stetig differenzierbare Lösung.

2) Richtig oder falsch: Das Anfangswertproblem $t\dot{y}(t)+\sin y(t)=0$ mit $y(0)=1$ hat eine auf ganz $\mathbb{R}$ stetig differenzierbare Lösung.

3) Richtig oder falsch: Das Differentialgleichungssystem $\dot{y}(t)=Ay(t)$ auf $\mathbb{R}^n$ mit einer symmetrischen Matrix $A\in\mathbb{R}^{n\times n}$ hat außer der Nullfunktion keine weitere periodische Lösung.

4) Richtig oder falsch: Eine für alle Zeiten beschränkte Lösung des Systems $\dot{y}(t)=Ay(t)$ auf $\mathbb{R}^n$ ist periodisch, falls die Spur von A verschwindet.

5) Richtig oder falsch: Für eine negativ definite symmetrische Matrix A ist $\lim\limits_{t\to\infty} e^{At}=\vec{0}$.

Aufgabe 1: (*5 Punkte)*
Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\ddot{y}(t)+2\dot{y}(t)+2y(t)=e^{-x}+xe^{-x},\quad y(0)=0,\ \ \dot{y}(0)=1$$

mittels Variation der Konstanten!

Aufgabe 2: (*5 Punkte)*
Zeigen Sie: Ist $f\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ periodisch mit Periode 2π, so gilt für die Laplace-Transformierte von f

$$\mathfrak{L}(f)(s)=\frac{1}{1-e^{-2\pi s}}\int_0^{2\pi} e^{-st}f(t)\,dt\,.$$

Aufgabe 3: (*5 Punkte)*
Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\ddot{y}(t)-2\rho\dot{y}(t)+\omega^2y(t)=A\cos\omega_0 t,\quad y(0)=y_0,\ \ \dot{y}(0)=y_1$$

durch Laplace-Transformation!

* * * *Keine Abgabe* * * * *Frohe Ferien !* * * *