Wolfgang K. Seiler — A5, C201
Tel. 5385

29. Januar 1998

14. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Die komplexe Konjugation $\mathbb{C} \to \mathbb{C};\ z \mapsto \overline{z}$ ist komplex differenzierbar auf $\mathbb{C}$

2) Richtig oder falsch: Die Funktion $\mathbb{C} \to \mathbb{C};\ z \mapsto e^z$ ist komplex differenzierbar auf $\mathbb{C}$.

3) Richtig oder falsch: Die Funktion $\mathbb{C} \to \mathbb{C};\ z \mapsto \sqrt{z}$ ist komplex differenzierbar auf $\mathbb{C}$.

4) Richtig oder falsch: Die Funktion $\mathbb{C} \to \mathbb{C};\ z \mapsto \tan z$ ist meromorph auf $\mathbb{C}$.

5) Richtig oder falsch: Die Funktion $\mathbb{C} \to \mathbb{C};\ z \mapsto e^{\frac{1}{z}}$ ist meromorph auf $\mathbb{C}$.

Aufgabe 1: *(6 Punkte)*
Bestimmen Sie die Laurent-Reihen um $z = 0$ für folgende Funktionen bis zum z^2-Term (einschließlich):

a) $f(z) = \dfrac{\sin z}{z}$ *b)* $f(z) = \dfrac{1}{\sin z}$ *c)* $f(z) = \cot z$

Aufgabe 2: *(6 Punkte)*
Berechnen Sie nach dem Residuensatz die Integrale

a) $\displaystyle\int_{\gamma_R} \frac{z}{(z-2)^2}\,dz$ *b)* $\displaystyle\int_{\gamma_R} \frac{100z}{(z^2-1)(z^2+4)}\,dz$

für jeden Integrationsweg $\gamma_R\colon [0, 2\pi) \to \mathbb{C};\ t \mapsto Re^{it}$ mit $R > 0$, für den sie definiert sind!

Aufgabe 3: *(3 Punkte)*
Bestimmen Sie zwei differenzierbare Funktionen $x, y\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, die die Differentialgleichung

$$\dot{x}(t) = y(t)$$
$$\dot{y}(t) = x(t)$$

erfüllen mit den Anfangsbedingungen $x(0) = a$ und $y(0) = b$. Berechnen Sie dazu explizit die Matrix-Exponentialfunktion zur Darstellung der allgemeinen Lösung.

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 5. Februar 1998 um 12.00 Uhr