Wolfgang K. Seiler
Tel. 5385

A5, C201

15. Januar 1998

12. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Falls das ebene Vektorfeld $\vec{V}$ eine Stammfunktion hat, gilt $\frac{\partial V_1}{\partial y} = \frac{\partial V_2}{\partial x}$.

2) Richtig oder falsch: Für das ebene Vektorfeld $\vec{V}$ gelte $\frac{\partial V_1}{\partial y} = \frac{\partial V_2}{\partial x}$ auf ganz $\mathbb{R}^2$. Dann hat $\vec{V}$ eine Stammfunktion.

3) Richtig oder falsch: Das Vektorfeld $\vec{V}(x,y) = \binom{y/(x^2+y^2)}{-x/(x^2+y^2)}$ hat eine Stammfunktion.

Aufgabe 1: (*6 Punkte)*
Berechnen Sie für $B = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^2+y^2 \le 1\right\}$ die folgenden Integrale:

a) $\displaystyle\iint_B \sin(\pi\sqrt{x^2+y^2})\,dx\,dy$ *b)* $\displaystyle\iint_B \sin\big(\pi(x^2+y^2)\big)\,dx\,dy$ *c)* $\displaystyle\iint_B \frac{|x|}{x^2+y^2}\,dx\,dy$.

Aufgabe 2: (*5 Punkte)*
Ein Flächenstück sei definiert durch die Funktion

$$f\colon [-1,1]\times[0,1] \to \mathbb{R}^3; \quad (u,v) \mapsto (u^2, 2uv, v^2)\,.$$

a) Definiert dies ein reguläres Flächenstück?

b) Berechnen Sie die Fundamentalgrößen E, F, G dieses Flächenstücks!

b) Berechnen Sie seinen Flächeninhalt!

Aufgabe 3: (*6 Punkte)*
Ein Flächenstück sei gegeben durch die Funktion

$$f\colon [-1,1]\times[0,2\pi] \to \mathbb{R}^3; \quad (u,v) \mapsto \big((5+u)\cos v, (5+u)\sin v, \sqrt{1-u^2}\big)\,.$$

a) Beschreiben Sie dieses Flächenstück geometrisch!

b) Berechnen Sie seinen Flächeninhalt!

c) Bestimmen Sie (ohne größere Rechnung) das von der Ebene $z = 0$ und diesem Flächenstück begrenzte Volumen!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 22. Januar 1998 um 12.00 Uhr