Wolfgang K. Seiler
Tel. 5385

A5, C201

8. Januar 1998

11. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Jede Teilmenge von $\mathbb{R}^2$ kann als Vereinigung endlich vieler Normalbereiche dargestellt werden.

2) Richtig oder falsch: Der Flächeninhalt der Menge $\{(1/n, 1/n) \mid n \in \mathbb{N}\}$ ist null.

3) Richtig oder falsch: Für zwei Teilmengen $A, B \subseteq \mathbb{R}^2$ gilt: Die Fläche von $A \cup B$ ist gleich der Summe der Flächen von A und B.

4) Was ist $\iint_{\mathcal{B}} x \, dx \, dy$ für $\mathcal{B} = \{(x, y) \in \mathbb{Q}^2 \mid -1 \leq x, y \leq 1\}$?

5) Was ist $\iint_{\mathcal{B}} x^2 \, dx \, dy$ für $\mathcal{B} = \{(x, y) \in \mathbb{Q}^2 \mid -1 \leq x, y \leq 1\}$?

Aufgabe 1: *(5 Punkte)*
Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\iint_{\mathcal{R}} \sin(x + y) \, dx \, dy$ für $\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq \pi/2, 0 \leq y \leq \pi/4\}$

b) $\iint_{\mathcal{B}} (1 + x) \, dx \, dy$ für $\mathcal{B} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$

Aufgabe 2: *(5 Punkte)*

a) Zwischen den Kurven $y = x^2 + x$ und $y = x^3 - x$ liegt im Bereich $x \geq 0$ ein beschränktes und ein unbeschränktes Gebiet; berechnen Sie die Fläche des beschränkten Gebiets $\mathcal{B}$!

b) Berechnen Sie $\iint_{\mathcal{B}} xy \, dx \, dy$!

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*

a) Zeichnen Sie in der (x, y)-Ebene das Quadrat mit Ecken $(\pm 1, \pm 1)$, dessen Umkreis $\mathcal{K}$ sowie um jeden Seitenmittelpunkt den nach außen gewandten Halbkreis, dessen Durchmesser die entsprechende Quadratseite ist. Durch $\mathcal{K}$ und die vier Halbkreise werden vier mondförmige Figuren begrenzt.

b) Schreiben Sie jeden dieser Monde als Normalbereich hin, und berechnen Sie seine Fläche durch Integration!

c) Berechnen Sie die Gesamtfläche der Monde auf vernünftige Weise, und vergleichen Sie die Ergebnisse!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 15. Januar 1998 um 12.00 Uhr