Wolfgang K. Seiler — A5, C201
Tel. 5385

16. Oktober 1997

1. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Die Niveaulinien der Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ zum Wert a seien die Gerade $y = x - a$. Was ist f?

2) Der Graph der Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit Koordinaten x, y in $\mathbb{R}^2$ und z in $\mathbb{R}$ sei die Fläche, die aus der Parabel $z = x^2$ durch Rotation um die z-Achse entsteht. Was ist f?

3) Gibt es Funktionen $f\colon D \to \mathbb{R}$ mit $D \subseteq \mathbb{R}^2$, deren Graph gleich der Oberfläche einer Kugel ist?

4) Was ist das Bild des Graphen der Funktion $f\colon D \to \mathbb{R}$ mit $D \subseteq \mathbb{R}^2$ unter der Projektion $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$; $(x, y, z) \mapsto (x, y)$?

5) Richtig oder falsch: Die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ ist genau dann stetig, wenn für jedes $x \in \mathbb{R}$ die Funktion $y \mapsto f(x, y)$ stetig ist.

Aufgabe 1: (*6 Punkte)*
Betrachten Sie die Funktion

$$f\colon \begin{cases} \mathbb{R}^2 & \to \mathbb{R} \\ (x,y) & \mapsto \begin{cases} e^{-y^2/x} & \text{für } x \neq 0 \\ 1 & \text{für } x = 0 \end{cases} \end{cases}.$$

a) Zeigen Sie, daß die Einschränkung von f auf jede Gerade $y = mx$ stetig ist!

b) Berechnen Sie die Niveaulinien von f!

c) In welchen Punkten $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ ist f stetig?

Aufgabe 2: (*6 Punkte)*
Betrachten Sie die Funktion $f(x, y, z) = x \cdot e^{xy/z}$.

a) Bestimmen Sie den größtmöglichen Definitionsbereich D für f.

b) Berechnen Sie dort die Ableitung von f!

c) Berechnen Sie die zweiten partiellen Ableitungen von f!

Aufgabe 3: (*3 Punkte)*
Zeigen Sie: Für zwei differenzierbare Funktionen $f, g\colon D \to \mathbb{R}$ mit $D \subseteq \mathbb{R}^n$ ist

$$\operatorname{grad}(f \cdot g) = g \operatorname{grad} f + f \operatorname{grad} g\,!$$

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 23. Oktober 1997 um 12.00 Uhr