Wolfgang K. Seiler
Tel. 5385

A5, C 201

30. Mai 1997

7. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Das uneigentliche Integral $\int_a^b f(x)\,dx$ exisitiert, falls für die Stammfunktion F von f die Grenzwerte $\lim\limits_{x\to a+} F(x)$ und $\lim\limits_{x\to b-} F(x)$ existieren.

2) Richtig oder falsch: Ist $f(t)$ eine reelle periodische Funktion, so sind alle Koeffizienten der Fourierreihe $\sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ki\omega t}$ reel.

3) Richtig oder falsch: Ist $f(t)$ eine ungerade reelle Funktion, d.h. $f(-t) = -f(t)$, so sind in der Fourierreihe $c + \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cos j\omega t + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin k\omega t$ alle $a_j = 0$.

4) Richtig oder falsch: Falls die Fourierreihe $c + \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cos j\omega t + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin k\omega t$ konvergiert, stellt sie eine stetige Funktion dar.

5) Richtig oder falsch: Falls $\int_0^{\infty} f(x)\,dx$ existiert, ist $\lim\limits_{x\to\infty} x f(x) = 0$.

Aufgabe 1: (*5 Punkte)*

a) Zeigen Sie. daß sich eine Fourierreihe der Form $c + \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cos j\omega t + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin k\omega t$ auch in der Form $c + \sum_{j=1}^{\infty} A_j \cos(\omega t + \varphi_j)$ schreiben läßt, und berechnen Sie A_j und φ_j aus den a_j und b_k !

b) Berechnen Sie A_j und φ_j auch aus den Koeffizienten c_k der komplexen Fourierreihe $\sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ki\omega t}$!

Aufgabe 2: (*5 Punkte)*

Berechnen Sie die Fourierreihen folgender Funktionen:

a) $f(x) = x$ für $-\pi < x \le \pi$, periodisch fortgesetzt auf $\mathbb{R}$ mit Periode 2π.

b) $f(x) = |x|$ für $-\pi < x \le \pi$, periodisch fortgesetzt auf $\mathbb{R}$ mit Periode 2π.

Aufgabe 3: (*5 Punkte)*

Berechnen Sie die Fourierreihe $c + \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cos jt + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin kt$ für $f(t) = |\sin t|$ wie folgt:

a) Zeigen Sie, daß alle $b_k = 0$ sind.

b) Zeigen Sie, daß $a_j = 2\int\limits_0^{\pi} \cos jt \, \sin t \, dt$ ist.

c) Berechnen Sie a_j durch zweimalige partielle Integration.

d) Berechnen Sie c und geben Sie die Fourierreihe an.

Abgabe bis zum Freitag, dem 6. Juni 1997 um 10.15 Uhr