Wolfgang K. Seiler
Tel. 5385

A5, C 201

23. Mai 1997

6. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Für eine stetige Funktion $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ ist $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\,dx = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\,dx$.

2) Richtig oder falsch: $\int_0^{2\pi} \cos^{1997} t\,dt = 0$

3) Richtig oder falsch: $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^{2000} t\,dt = 0$

4) Richtig oder falsch: Für ein Polynom f mit komplexen Koeffizienten ist

$$\int\limits_a^b \overline{f(x)}\,dx = \overline{\int\limits_a^b f(x)\,dx} \;.$$

5) Richtig oder falsch: $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \lim\limits_{c\to\infty} \int\limits_{-c}^{c} f(x)\,dx$

Aufgabe 1: (*5 Punkte)*
Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int\limits_0^1 e^{\pi i x}\,dx$ *b)* $\int\limits_1^{\pi+1} e^{2ix}\,dx$ *c)* $\int\limits_0^{\pi} \sin ix\,dx$ *d)* $\int\limits_0^2 (1+it)^4\,dt$ *e)* $\int\limits_1^2 \frac{dt}{1+it}$

Aufgabe 2: (*5 Punkte)*

a) Zeigen Sie mit vollständiger Induktion und den Eulerschen Formeln, daß sich für $n \geq 1$ die Funktionen $\sin^n x$ und $\cos^n x$ in der Form $c + \sum_{\nu=1}^{n} a_\nu \cos \nu x + \sum_{\mu=1}^{n} b_\mu \sin \mu x$ mit reellen Zahlen c, a_ν, b_μ darstellen lassen!

b) Berechnen Sie die Zahlen c, a_ν, b_μ für $\cos^3 x$ über die Orthogonalitätsrelationen für trigonometrische Funktionen. (Verwenden Sie *a)* auch dann, wenn Sie diese Teilaufgabe nicht gelöst haben.)

Aufgabe 3: (*5 Punkte)*
Entscheiden Sie für die folgenden uneigentlichen Integrale, ob sie konvergent oder divergent sind; berechnen Sie gegebenenfalls, soweit das sinnvoll und mit den aus der Vorlesung bekannten Methoden möglich ist, den Wert und den Cauchyschen Hauptwert des Integrals.

a) $\int\limits_a^{2a} \frac{dx}{(x-a)^5}$ *b)* $\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2}\,dt$ *c)* $\int\limits_{-4}^{2} \frac{dx}{x^3}$ *d)* $\int\limits_0^{10} \frac{dx}{(x-4)^4}$ *e)* $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

Abgabe bis zum Freitag, dem 30. Mai 1997 um 10.15 Uhr