Wolfgang K. Seiler A5, C 201
Tel. 5385

9. Mai 1997

4. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Berechnen Sie den Hauptwert und die sonstigen Werte von $\ln(-i)$!

2) Richtig oder falsch: Genau dann ist die komplexe Zahl z reell, wenn $\ln z$ durch $2\pi i$ teilbar ist.

3) Richtig oder falsch: $i \cdot \sin(ix) = \sinh(x)$

4) Wieviele Dezimalstellen hat 2500! ungefähr? (Geben Sie eine Fehlerschranke an.)

5) Berechnen Sie die Ableitung der Funktion $\mathbb{R} \to \mathbb{R};\ x \mapsto 3^x$!

6) Berechnen Sie $\int \lg x \, dx$!

Aufgabe 1: *(7 Punkte)*
Für einen Wechselstrom der Periode T definiert man die drei Mittelwerte

$$J_{\text{eff}} \underset{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T J(t)^2\,dt}, \quad \bar{J} \underset{\text{def}}{=} \frac{1}{T}\int_0^T J(t)\,dt \quad \text{und} \quad J_{\text{gl}} \underset{\text{def}}{=} \frac{1}{T}\int_0^T |J(t)|\,dt\,.$$

Berechnen Sie diese drei Mittelwerte für

a) den Sinusstrom $J(t) = J_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$

b) den Sägezahlstrom $J(t) = \begin{cases} J_0(1-4t/T) & \text{für } 0 \le t \le T/2 \\ J_0(4t/T-3) & \text{für } T/2 \le t \le T \end{cases}$ *(periodisch fortgesetzt)*

c) den Batterieladestrom $J(t) = \max\left\{0, \frac{1}{R}\left(\left|U_0 \sin \frac{2\pi t}{T}\right| - U_B\right)\right\}$ mit $U_B = 14\,\mathrm{V}$, $U_0 = 20\,\mathrm{V}$, $R = \frac{1}{2}\,\Omega$ und $T = 50\,\mathrm{sec}$.

Aufgabe 2: *(3 Punkte)*
Drücken Sie $\arcsin(x)$ und $\arccos(x)$ mittels der komplexen Darstellung von sin und cos durch die Funktion ln aus!

Aufgabe 3: *(4 Punkte)*

a) Ein homogenes, nur durch sein Eigengewicht belastetes Seil hat die Form einer *Kettenlinie* $f(x) = a\cosh \frac{x-b}{a} + c$. Zeigen Sie, daß $f''(x) = \frac{\sqrt{1+f'(x)^2}}{a}$ ist!

b) Ein Fallschirmspringer hat nach t Sekunden den Fallweg $s(t) = \frac{v_0^2}{g} \ln\left(\cosh \frac{gt}{v_0}\right)$ zurückgelegt. Berechnen Sie seine Beschleunigung als Funktion der Geschwindigkeit, und leiten Sie daraus eine inhaltliche Interpretation der Geschwindigkeit v_0 ab.

Abgabe bis zum Freitag, dem 16. Mai 1997, um 10.15 Uhr