Wolfgang K. Seiler | D7,27, Zimmer 401
Tel. 8847

27. Oktober 1998

3. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Alle Einträge der $n \times n$-Matrizen A und A^{-1} seien ganzzahlig. Dann ist $\det A = \pm 1$.

2) Berechnen Sie die Determinante von $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 8 & -1 \end{pmatrix}$!

3) Berechnen Sie die Determinante der 10×10-Matrix $A = (a_{ij})$ mit $a_{ij} = 10i + j$.

4) *Richtig oder falsch:* Die $n \times n$-Matrix A ist genau dann invertierbar, wenn ihre transponierte Matrix invertierbar ist.

5) *Richtig oder falsch:* Für zwei Transpositionen $\sigma, \tau \in S_n$ ist $\sigma \circ \tau = \tau \circ \sigma$.

Aufgabe 1: *(5 Punkte)*

a) Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist die Matrix $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & x \\ 3 & x & -2 \\ x & 1 & -1 \end{pmatrix}$ invertierbar?

b) Berechnen Sie für jedes solche x den Rang von A.

Aufgabe 2: *(5 Punkte)*
Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 8 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 8 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 8 & 9 \end{pmatrix} !$$

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*
f, g seien die beiden Fundamentallösungen der Differentialgleichung

$$\ddot{y}(t) + r\dot{y}(x) + \omega^2 y(x) = 0\,.$$

a) Berechnen Sie $w(t) = \det \begin{pmatrix} f(t) & g(t) \\ f'(t) & g'(t) \end{pmatrix}$!

b) Zeigen Sie, daß $w(t)$ einer Differentialgleichung der Form $\dot{w}(t) = \lambda w(t)$ genügt und berechnen Sie λ aus r und ω!

Abgabe bis zum Montag, dem 2. November 1998 um 14^{00} Uhr