Wolfgang K. Seiler
Tel. 5385
A5, C 201

25. April 1997

2. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Falls die stetige Funktion $f: [a,b] \to \mathbb{R}$ im abgeschlossenen Intervall $[a,b]$ nur positive Werte annimmt, ist auch $\int_a^b f(x)\,dx$ positiv.

2) Richtig oder falsch: $\int_{-1}^{2} \frac{dx}{x^2} = \frac{-1}{2} - \frac{-1}{-1} = -\frac{3}{2}$.

3) Richtig oder falsch: Die Funktion $f(x) = x^2$ ist gleichmäßig stetig in $(-10, 10)$.

4) Richtig oder falsch: Die Funktion $f(x) = \sin x$ ist gleichmäßig stetig auf $\mathbb{R}$.

5) Richtig oder falsch: Die Funktionen $\int_a^x f(\xi)\,d\xi$ und $\int_a^x f(\xi+1)\,d\xi$ unterscheiden sich durch eine Konstante.

6) Richtig oder falsch: Für die stetige Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei $f(-x) = -f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Dann ist $\int_{-a}^{+a} f(t)\,dt = 0$ für alle $a > 0$.

Aufgabe 1: (*5 Punkte)*

a) Ein Auto beschleunigt innerhalb von sechs Sekunden von Null auf 130 km/h. Falls Sie von einer konstanten Beschleunigung ausgehen, wie groß ist diese?

b) Ein Auto fährt mit einer Geschwindigkeit von 90 km/h und bremst innerhalb fünf Sekunden ab zum Stillstand. Berechnen Sie unter der Annahme einer konstanten Verzögerung die Länge des Bremswegs.

c) Eine Boeing 727 braucht zum Abheben eine Geschwindigkeit von mindestens 200 Meilen pro Stunde; sie kann aus dem Stand innerhalb von 30 sec auf diese Geschwindigkeit beschleunigen. Falls Sie von einer konstanten Beschleunigung ausgehen: Wie lange muß die Startbahn sein?

Aufgabe 2: (*5 Punkte)*

a) Beweisen Sie die Keplersche Faßregel: Für Funktion $f(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta$ ist die Fläche zwischen der Kurve $y = f(x)$ und der x-Achse zwischen den Koordinatenwerten $x = a$ und $x = b$ gleich $\frac{b-a}{6}(y_0 + 4y_1 + y_2)$ mit $y_0 = f(a)$, $y_1 = f(\frac{a+b}{2})$ und $y_2 = f(b)$.

b) Gelegentlich wird diese Regel auch für beliebige Funktionen zur näherungsweisen Berechnung des Integrals eingesetzt. Schätzen Sie nach dieser Formel $\int_0^\pi \sin x\,dx$ und $\int_0^\pi \cos x\,dx$ und berechnen Sie jeweils den Fehler!

Aufgabe 3: (*4 Punkte)*
Berechnen Sie *a)* $\int (x\sqrt{x} + \frac{1}{x\sqrt{x}})\,dx$ *b)* $\int \frac{1+e^y}{e^{2y}}\,dy$ *c)* $\int (2z+1)^2\,dz$ *d)* $\int (e + \frac{\pi}{u^{1997}})\,du$

Abgabe bis zum Freitag, dem 2. Mai 1997 um 10.15 Uhr