Wolfgang K. Seiler
Tel. 5385

A5, C 201

18. April 1997

1. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: $f\colon \begin{cases} \mathbb{R} & \to \mathbb{R} \\ x & \mapsto x^5 + 5x - 1 \end{cases}$ hat eine Umkehrfunktion $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

2) Richtig oder falsch: Für $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = a \in \mathbb{R}$. Dann ist für hinreichend große Werte $x \in \mathbb{R}$ der Abstand $|f(x) - a|$ zwischen $f(x)$ und a monoton fallend.

3) Sei $f(x) = x^3 - x^2$ und $g(x) = |f(x)|$. Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist g nicht differenzierbar?

4) Richtig oder falsch: Wenn eine Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ für alle $x \in \mathbb{R}$ beliebig oft differenzierbar ist, gilt für alle $x \in \mathbb{R}$

$$f(x) = f(0) + \sum_{j=1}^{\infty} f^{(j)}(0)\frac{x^j}{j!}\,.$$

5) Berechnen Sie die komplexe Zahl $\left(\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{1997}$.

Aufgabe 1: (*5 Punkte)*
Berechnen Sie für die Funktion $f(x) = 2x - 1$ explizit den Grenzwert

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=0}^{n-1} f\left(\frac{ix}{n}\right) \cdot \frac{x}{n}\,.$$

Aufgabe 2: (*5 Punkte)*
Berechnen Sie anhand einer Approximation mit vier Rechtecken eine untere und eine obere Schranke für die Fläche unter der Kurve $y = 1/\sqrt{9 - x^3}$ zwischen $x = 0$ und $x = 2$.

Aufgabe 3: (*5 Punkte)*
Eine Schablone zum Zeichnen der Parabel $y = x^2$ habe eine Länge ($=$maximaler y-Wert) von $12\,\mathrm{cm}$. Welche Fläche hat sie?

Abgabe bis zum Freitag, dem 25. April 1997 um 10.15 Uhr