

29. März 2019

7. Übungsblatt Funktionentheorie I

Dieses Übungsblatt ist in erster Linie als Wiederholung gedacht

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden komplexen Zahlen:

a) $\frac{(1-i)^{200}}{2^{100}}$ b) $\frac{1-5i}{3-4i}$ c) Die Lösungen der Gleichung $z^2 - 2z + 1 - iz + i = 0$

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Sind die folgenden Funktionen irgendwo holomorph, und wenn ja, in welchem größtmöglichen Teilgebiet von \mathbb{C} ist das der Fall?

a) $f(z) = \Im z - i \Re z$ b) $\tan\left(\frac{e^{\cos z}}{15}\right)$ c) $\frac{\sin z}{z^5 - z}$

Aufgabe 3: (5 Punkte)

D sei die Kreisscheibe mit Radius eins um den Nullpunkt, und Δ sei das Dreieck mit Ecken 0, 1 und i . Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int_{\partial D} \tan^2 z \, dz$ b) $\int_{\partial D} \frac{dz}{3z-2}$ c) $\int_{\partial D} \frac{2 \, dz}{z^2 - 2z}$ d) $\int_{\partial \Delta} \Re z \, dz$

Aufgabe 4: (5 Punkte)

Entscheiden Sie, welche der folgenden uneigentlichen Integrale konvergieren, und berechnen Sie deren Wert!

a) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \, dx}{(x^2+1)(x^2+2)(x^2+3)}$ b) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2+1)(x^2+3)}{x^2} \, dx$ c) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 \, dx}{(x^2+1)(x^2+9)}$

Aufgabe 5: (2 Punkte)

Berechnen Sie die Winkel, unter denen sich der Kreis mit Radius zwei um Null und die Gerade $\Im z = 1$ schneiden!

Abgabe bis zum Mittwoch, dem 3. April 2019, um 11.59 Uhr