

21. März 2019

6. Übungsblatt Funktionentheorie I

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Residuen:

a) $\operatorname{Res}_0 \frac{z^{2019} - 1}{27z^3 - 2019z}$ b) $\operatorname{Res}_0 \frac{1}{\sin z}$ c) $\operatorname{Res}_{\pi/2} \frac{z}{\cos z}$ d) $\operatorname{Res}_{\pi/2} \tan z$

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale für die Kreisscheibe D vom Radius zwei um Null:

a) $\int_{\partial D} \frac{dz}{z(z-1)(2z-3)}$ b) $\int_{\partial D} \frac{nz^{n-1}}{z^n - 1} dz$ für $n \in \mathbb{N}$

Aufgabe 3: (9 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+9)}$ b) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{20x}{(x^2+4)(x^2-2x+2)} dx$ c) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^4+256} dx$

Aufgabe 4: (3 Punkte)

$f = P/Q$ sei eine rationale Funktion, deren Nenner keine reelle Nullstelle habe, und der Grad des Zählers sei mindestens um zwei kleiner als der des Nenners.

a) Zeigen Sie, daß f höchstens endlich viele Polstellen z_1, \dots, z_r mit negativem Imaginärteil hat!

b) Welcher Zusammenhang besteht zwischen $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ und der Summe der Residuen von f an den Stellen z_k ?

Abgabe bis zum Mittwoch, dem 27. März 2019, um 11.59 Uhr