

31. März 2017

6. Übungsblatt Funktionentheorie I

Aufgabe 1: (5 Punkte)

D sei die Kreisscheibe mit Radius eins um den Punkt 3. Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$a) \int_{\partial D} \frac{dz}{z - \pi} \quad b) \int_{\partial D} \frac{dz}{(z - \pi)^2} \quad c) \int_{\partial D} \frac{dz}{z^2 - \pi^2} \quad d) \int_{\partial D} \frac{dz}{(z - \pi)^{2017}} \quad e) \int_{\partial D} \frac{dz}{z - \pi^{2017}}$$

Aufgabe 2: (9 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)} \quad b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{20x}{(x^2 + 4)(x^2 - 2x + 2)} dx \quad c) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^4 + 256} dx$$

Aufgabe 3: (3 Punkte)

$f = P/Q$ sei eine rationale Funktion, deren Nenner keine reelle Nullstelle habe, und der Grad des Zählers sei mindestens um zwei kleiner als der des Nenners.

a) Zeigen Sie, daß f höchstens endlich viele Polstellen z_1, \dots, z_r mit negativem Imaginärteil hat!

b) Welcher Zusammenhang besteht zwischen $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ und der Summe der Residuen von f an den Stellen z_k ?

Aufgabe 4: (3 Punkte)

$f: G \rightarrow \widehat{\mathbb{C}}$ sei eine meromorphe Funktion auf dem beschränkten Gebiet G , und A sei eine abgeschlossene Teilmenge von G . Zeigen Sie: Dann gibt es zwei holomorphe Funktionen g, h , so daß für alle $z \in A$ gilt $f(z) = g(z)/h(z)$.

Abgabe bis zum Freitag, dem 7. April 2017, um 12.00 Uhr