

24. Oktober 2003

## 2. Übungsblatt Computeralgebra

### Aufgabe 1: (5 Punkte)

- Schreiben Sie ein Programm, das zu zwei natürlichen Zahlen  $a, b$  die Liste der beim EUKLIDischen Algorithmus auftretenden Divisionsreste ausgibt, wobei das letzte Listenelement gleich dem ggT sein soll!
- Finden Sie mittels der *online*-Hilfe von Maple dessen Kommando zur Darstellung der FIBONACCI-Zahlen, und testen Sie Ihr Programm mit  $a = F_{21}$  und  $b = F_{20}$  !
- $a$  sei die kleinste elfstellige Primzahl,  $a = p + 2$ , und  $q$  sei die zweitkleinste elfstellige Quadratzahl. Testen Sie Ihr Programm auch mit diesen Zahlen  $a$  und  $b$  !

### Aufgabe 2: (5 Punkte)

- Für zwei natürliche Zahlen  $a \geq b$  braucht man Tausend Divisionen, um  $\text{ggT}(a, b)$  nach dem EUKLIDischen Algorithmus zu berechnen. Wie viele Dezimalstellen hat  $b$  mindestens?
- Gibt es auch Zahlen  $\tilde{a}$  und  $\tilde{b}$  mit jeweils einer Dezimalstelle mehr, so daß der EUKLIDische Algorithmus genau Tausend Divisionen benötigt?

### Aufgabe 3: (5 Punkte)

- Berechnen Sie die Folge aller Paare  $(i, a_i)$  mit  $1 \leq i \leq 52$ , wobei  $1 \leq a_i \leq 52$  so gewählt ist, daß  $ia_i \equiv 1 \pmod{53}$  ist!
- Zeichnen Sie den Streckenzug mit Ecken  $(i, a_i)$ , d.h. die „Hyperbel“  $y = 1/x \pmod{53}$  !

### Aufgabe 4: (5 Punkte)

- Finden Sie alle ganzzahligen Lösungen des linearen Gleichungssystems

$$3x - 4y + 5z = 2 \quad \text{und} \quad 5x + 4y + 2z = 3 !$$

- Finden Sie alle ganzen Zahlen  $x$  mit

$$x \equiv 1 \pmod{2001}, \quad x \equiv 10 \pmod{2002} \quad \text{und} \quad x \equiv 100 \pmod{2003} !$$