

17. Oktober 2003

1. Übungsblatt Computeralgebra

Aufgabe 1: (5 Punkte)

a) Vereinfachen Sie den Ausdruck

$$\frac{(a+b)^{10} - (a-b)^{10} - 10ab((a^4+b^4)^2 + (a^4-b^4)^2) - 4!(ab)^5}{5! \cdot (ab)^3}$$

durch Ausmultiplizieren!

b) Schreiben Sie das Ergebnis als Produkt von (über \mathbb{Z}) irreduziblen Polynomen!

Aufgabe 2: (5 Punkte)

- a) Zeichnen Sie den Graph der Funktion $f(x) = x^6 + x^5 - 7x^4 - x^3 + 6x^2 + 2$ über dem Intervall $[-3, 2]$!
- b) Zeichnen Sie die Graphen von f und seiner Ableitung über dem Intervall $[-\frac{5}{4}, \frac{7}{4}]$!
- c) Bestimmen Sie graphisch die Lösungen der Gleichung $f'(x) = f(x)$ zwischen Null und Eins mit zweistelliger Genauigkeit!
- d) Überprüfen Sie durch Einsetzen, daß die abgelesenen Werte die Gleichung in der Tat besser erfüllen als ihre Nachbarwerte!

Aufgabe 3: (5 Punkte)

- a) Bekanntlich ist $\ln 2 = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1}}{i}$. Berechnen Sie die Summe $\sum_{i=N+1}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1}}{i} - \ln 2$ für $N = 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000, 2000, 5000, 10\,000, 20\,000, 50\,000$ und $N = 100\,000$!
- b) Man kann zeigen, daß $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i^4} = \frac{\pi^4}{m}$ ist mit einer natürlichen Zahl $m < 100$. Erraten Sie den Wert von m , indem Sie $\sum_{i=1}^{10000} \frac{1}{i^4}$ berechnen!

Aufgabe 4: (5 Punkte)

- a) Berechnen Sie $\sum_{i=1}^{100} \frac{1}{p_i}$, wobei p_i die i -te Primzahl bezeichnet, sowohl als Bruch wie auch (näherungsweise) als Dezimalzahl! Wie viele Stellen hat der Nenner des Bruchs?
- b) Berechnen Sie $\sum_{1 \leq i \leq j \leq 500} \frac{1}{i^3 + j^3}$ näherungsweise!