

21. Februar 2020

## 1. Übungsblatt Computeralgebra

### Aufgabe 1: (15 Punkte)

- a) Berechnen Sie nach dem klassischen EUKLIDischen Algorithmus in  $\mathbb{Q}[X]$  den ggT der beiden Polynome

$$f = X^5 + 2X^4 + 4X^3 + 3X^2 + 5X + 3 \quad \text{und} \quad g = X^4 + 3X^3 + 6X^2 + 5X + 3!$$

- b) Überprüfen Sie, ob das so berechnete Polynom auch in  $\mathbb{Z}[X]$  ein gemeinsamer Teiler von  $f$  und  $g$  ist!
- c) Was ist der größte gemeinsame Teiler von  $f$  und  $g$  in  $\mathbb{Z}[X]$ ?
- d) Berechnen Sie in  $\mathbb{F}_3[X]$  nach dem klassischen EUKLIDischen Algorithmus den ggT von  $f \bmod 3$  und  $g \bmod 3$ , und überprüfen Sie, ob er mit der Reduktion modulo drei von  $\text{ggT}(f, g) \in \mathbb{Z}[X]$  übereinstimmt!
- e) Berechnen Sie in  $\mathbb{F}_7[X]$  nach dem klassischen EUKLIDischen Algorithmus den ggT von  $f \bmod 7$  und  $g \bmod 7$ , und bestimmen Sie einen ggT mit führendem Koeffizienten eins aus  $\mathbb{F}_7[X]$ !
- f)  $p$  sei eine Primzahl, und  $f, g \in \mathbb{F}_p[X]$  seien zwei Polynome. Wie viele größte gemeinsame Teiler von  $f$  und  $g$  gibt es in  $\mathbb{F}_p[X]$ ?

### Aufgabe 2: (5 Punkte)

Berechnen Sie für das Polynom  $f = (X^2 + 5X + 6)(4X^2 + 1)$  die Höhe,  $L^1$ - und  $L^2$ -Norm, sowie das Maß!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 27. Februar 2020, um 15.30 Uhr