

27. September 2013

3. Übungsblatt Algebraische Statistik

Aufgabe 1: (6 Punkte)

- Berechnen Sie bezüglich der lexikographischen Ordnung eine GRÖBNER-Basis für das Ideal $I = (XY - 1, XZ - 1)$ in $k[X, Y, Z]$!
- Geben Sie eine Basis des Ideals $J = I \cap k[Y, Z]$ in $k[Y, Z]$ an!
- Für welche Punkte $(b, c) \in V(J) \subseteq k^2$ gibt es Punkte $(a, b, c) \in V(I) \subseteq k^3$?

Aufgabe 2: (6 Punkte)

- Berechnen Sie bezüglich der lexikographischen Ordnung eine GRÖBNER-Basis für das Ideal $I = (X^2 - Y, X^2 - Z)$ in $\mathbb{R}[X, Y, Z]$!
- Geben Sie eine Basis des Ideals $J = I \cap \mathbb{R}[Y, Z]$ in $\mathbb{R}[Y, Z]$ an!
- Für welche Punkte $(b, c) \in V(J) \subseteq \mathbb{R}^2$ gibt es Punkte $(a, b, c) \in V(I) \subseteq \mathbb{R}^3$?

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Lösen Sie (irgendwie) das Gleichungssystem

$$2x + 3z^2 - 9z = 4, \quad y - 2z^2 + 3z = 1, \quad z^3 - 3z^2 - 2z = 0!$$

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Finden Sie (irgendwie) Ideale in $\mathbb{R}[X, Y]$, deren Nullstellenmengen genau die folgenden Punkte enthalten:

- $(3, 5)$
- $(\pm 1, \pm 1)$
- $(1, 4), (4, 7)$ und $(2, 5)$
- $(1, 4), (4, 1), (4, 7), (7, 4), (2, 5)$ und $(5, 2)$

Abgabe bis zum Freitag, dem 4. Oktober 2013, um 11.55 Uhr