

13. November 2019

11. Übungsblatt Algebra

Aufgabe 1: (8 Punkte)

- Für welche $n \leq 100$ ist das regelmäßige n -Eck mit Zirkel und Lineal konstruierbar?
- Zeigen Sie: Ist $n \geq 3$ eine ungerade Zahl, so ist die n -Teilung eines beliebigen Winkels nicht mit Zirkel und Lineal möglich.
- Eine Strecke \overline{PQ} wird durch einen inneren Punkt R im Verhältnis des goldenen Schnitts geteilt, wenn das Verhältnis der Länge von \overline{PQ} zu der von \overline{PR} gleich dem der Längen von \overline{PR} zu \overline{RQ} ist. Kann der Punkt R mit Zirkel und Lineal konstruiert werden?

Aufgabe 2: (12 Punkte)

- Zeigen Sie: Für jede n -te Einheitswurzel ζ außer der Eins gilt $1 + \zeta + \zeta^2 + \dots + \zeta^{n-1} = 0$!
- Zeigen Sie: Speziell im Fall $n = 5$ kann diese Gleichung auch geschrieben werden als

$$\frac{1}{\zeta^2} + \frac{1}{\zeta} + 1 + \zeta + \zeta^2 = 0,$$

und mit $w = \zeta + 1/\zeta$ läßt sich dies auch schreiben als $w^2 + w = 1$!

- Berechnen Sie w sowie den Real- und den Imaginärteil von $\omega = e^{2\pi i/5}$ durch Wurzelausdrücke!
- Bestimmen Sie alle Zwischenkörper in der Körpererweiterung $\mathbb{Q}(\omega)/\mathbb{Q}$!
- Wie läßt sich das regelmäßige Fünfeck mit Zirkel und Lineal konstruieren?
- Leiten Sie daraus eine Konstruktionsvorschrift für das regelmäßige Fünfzehneck ab!