

Kapitel 0

Was ist Algebra?

Um 830 legte der arabische Gelehrte ABU DSCHA'FAR MUHAMMAD IBN MUSA AL-CHWARIZMI sein zweites Buch *Al-Kitāb al-muchtasar fi hisab al-dschabr wa-l-muqabala* vor; *al-dschabr* gab der Algebra ihren Namen und AL-CHWARIZMI führte zum Wort Algorithmus. In deutscher Übersetzung heißt der Titel etwa *Kurzgefaßtes Buch über das Rechnen durch Ergänzen und Ausgleichen*. *Al-dschabr*, das Ergänzen oder Vervollständigen, besteht darin, negative Terme in einer Gleichung auf die andere Seite zu bringen; in einem Beispiel aus dem Buch wird etwa aus (in moderner Schreibweise) $x^2 = 40x - 4x^2$ durch *al-dschabr* die Gleichung $5x^2 = 40x$.

Al-muqabala, das Ausgleichen, besteht darin, von zwei positiven Termen auf den beiden Seiten der Gleichung den einen auf Null zu reduzieren; aus $x^2 + 3x + 5 = 7x + 2$ wird also zunächst $x^2 + 5 = 4x + 2$ und dann $x^2 + 3 = 4x$.

ABU DSCHA'FAR MUHAMMAD IBN MUSA AL-CHWARIZMI wurde um 780 geboren und arbeitete die meiste Zeit seines Lebens in Bagdad, insbesondere auch im *Haus der Weisheit*, das AL-MA'MŪM, der siebte Kalif, als wissenschaftliches Zentrum seines Reichs gründete. Eine der Aufgaben dieses Zentrums bestand darin, Texte klassischer griechischer Wissenschaftler ins Arabische zu übersetzen; viele Texte sind heute nur noch über diese Übersetzungen bekannt. Arbeitsgebiete am *Haus der Weisheit* waren vor allem Mathematik und Astronomie; außer einem weiteren mathematischen Buch, das sich mit den indischen Ziffern befaßte, schrieb AL-CHWARIZMI auch Bücher über Geographie und Kartographie.

Aus heutiger Sicht besteht kaum ein Unterschied zwischen *Al-dschabr* und *Al-muqabala*; im neunten Jahrhundert allerdings war beides grundverschieden, denn negative Zahlen tauchten außerhalb Indiens erst im

16. Jahrhundert langsam in der Mathematik auf. Auch die Null fing gerade erst an verwendet zu werden, aber nur als Ziffer: Dieses Wort kommt vom arabischen Wort für Null *ṣifr*, was von *ṣafira* = *leer sein* kommt, und das wiederum kommt vom Sanskrit-Wort *sūnya*, das Nichts oder die Leere.

Gegenstand des Buchs von *al-Chwarizmi* ist in heutiger Sprechweise die Lösung linearer und quadratischer Gleichungen; für ihn waren das sechs wohlunterschiedene Typen von Gleichungen, nämlich

$$x^2 = px, \quad x^2 = q, \quad px = q, \quad x^2 + px = q, \quad x^2 + q = px \quad \text{und} \quad x^2 = px + q,$$

wobei p und q natürlich positive Zahlen waren. Er benutzt häufig eine geometrische Sprechweise und veranschaulicht seine Vorgehensweise auch geometrisch.

Das nach *Al-dschabr* benannte Gebiet der Algebra befaßt sich somit mit dem Rechnen und dem Lösen von Gleichungen. Erst im neunzehnten Jahrhundert begann man sich auch für in diesem Zusammenhang auftretende strukturelle Fragen zu interessieren; was wir heute als *abstrakte Algebra* bezeichnen geht größtenteils erst auf den Beginn des zwanzigsten Jahrhunderts zurück.