Wolfgang K. Seiler — A5, C201
Tel. 2515

15. September 2015

1. Übungsblatt Algebra

Aufgabe 1: *(4 Punkte)*
Zeigen Sie, daß jede Gleichung vom Grad eins oder zwei, die eine positive reelle Lösung hat, äquivalent ist zu einer der sechs Gleichungen

$$\begin{array}{lll} ax^2 = bx\,, & ax^2 = c\,, & bx = c\,, \\ ax^2 + bx = c\,, & ax^2 + c = bx\,, & ax^2 = bx + c \end{array}$$

mit *positiven* reellen Zahlen a, b, c.

Aufgabe 2: *(5 Punkte)*
Finden Sie die Lösungen der folgenden quadratischen Gleichungen, und geben Sie diese in der Form $z = x + iy$ mit $x, y \in \mathbb{R}$ an:

a) $z^2 + 2i = 0$
b) $z^2 + 2iz + 5 = 0$
c) $z^2 - 4z + 6 + (8 - 2z)i = 0$

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*

a) Zeigen Sie, daß die Gleichung $x^3 + px + q = 0$ für $p > 0$ und $q < 0$ genau eine reelle Lösung hat!
b) Warum muß diese Lösung positiv sein?
c) Berechnen Sie nach der Formel von Cardano die reellen Lösungen der Gleichung

$$x^3 + 24x = 56\,!$$

Aufgabe 4: *(4 Punkte)*
Berechnen Sie mit Hilfe des Satzes von Viète die Nullstellen der folgenden Polynome:

a) $f = X^5 - 2X^4 - 11X^3 + 40X^2 - 44X + 16$
b) $g = X^5 + 2X^4 - 4X^3 - 8X^2 + 3X + 6$

Aufgabe 5: *(2 Punkte)*
Welche Bedingungen müssen die reellen Zahlen p und q erfüllen, damit

a) die quadratische Gleichung $x^2 + px + q = 0$
b) die kubische Gleichung $x^3 + px + q = 0$

keine, eine, zwei oder drei verschiedene reelle Nullstellen hat?

Abgabe bis zum Dienstag, dem 22. September 2015, um 15.30 Uhr