Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

B6, B4.18

9. November 2018

9. Übungsblatt Algebraische Statistik

Aufgabe 1: *(2 Punkte)*

a) Zeigen Sie, daß der Fächer eines eindimensionalen Designs stets minimal ist!

b) Warum ist das kein Widerspruch zu dem Satz, daß der Fächer eines „allgemeinen“ Desigs maximal ist?

Aufgabe 2: *(8 Punkte)*

Im Design $D = \{-1, 0, 1\} \times \{-1, 0, 1\}$ wird eine Fraktion $\mathcal{F}$ definiert durch das Verschwinden des Polynoms $g = X^3 + X^2 + Y$.

a) Aus welchen Punkten besteht $\mathcal{F}$?

b) Finden Sie ein Erzeugendensystem von $I(D)$, das bezüglich jeder Monomordnung von $\mathbb{Q}[X, Y]$ eine Gröbner-Basis von $I(D)$ ist!

c) Welche vollständigen linearen polynomialen Modelle können auf Grund von D eindeutig bestimmt werden?

d) Gibt es auch ein entsprechendes Erzeugendensystem von $I(\mathcal{F})$, das bezüglich jeder Monomordnung eine Gröbner-Basis ist?

e) Welche vollständigen linearen polynomialen Modelle können auf Grund von $\mathcal{F}$ eindeutig bestimmt werden?

f) Bestimmen Sie die Mengen $\mathrm{Min}\big(\mathrm{Est}_\tau(\mathcal{F})\big)$ und $\mathrm{CutOut}\big(\mathrm{Est}_\tau(\mathcal{F})\big)$

Aufgabe 3: *(3 Punkte)*

a) Welche Größe hat das kleinste volle faktorielle Design D, für das

$$\mathcal{O} = \{1, x, y, x^2, xy, y^2, x^3, x^2y, xy^2, x^3y\}$$

in $\mathrm{Est}(D)$ liegt?

b) Bestimmen Sie die Mengen $\mathrm{Min}(\mathcal{O})$ und $\mathrm{Cutout}(\mathcal{O})$!

Aufgabe 4: *(7 Punkte)*

Wir gehen aus vom Design $D = \{0, 1\} \times \{0, 1\}$.

a) Bestimmen Sie eine Gröbner-Basis von $I(D)$ bezüglich jeder Monomordnung τ sowie die zugehörige Menge $\mathrm{Est}_\tau(D)$!

b) Auf Grund welcher Fraktionen $\mathcal{F}$ von D läßt sich das vollständige lineare Modell $a+bX+cY$ eindeutig identifizieren?

c) Bestimmen Sie die Mengen $\mathrm{Min}(\{1, X, Y\})$ und $\mathrm{CutOut}(\{1, X, Y\})$!

d) Bestimmen Sie für eine der in *b)* gefundenen Fraktionen die Polynome $f \in I(\mathcal{F})$, die sich als Summe eines Monoms aus $\mathrm{CutOut}(\{1, X, Y\})$ und einer Linearkombination von Polynomen aus $\{1, X, Y\}$ darstellen lassen!

e) Geben Sie für diese Fraktion $\mathcal{F}$ eine Gröbner-Basis von $I(\mathcal{F})$ an!

Abgabe bis zum Mittwoch, dem 14. November 2018, um 11.55 Uhr